

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 25.01.2022

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

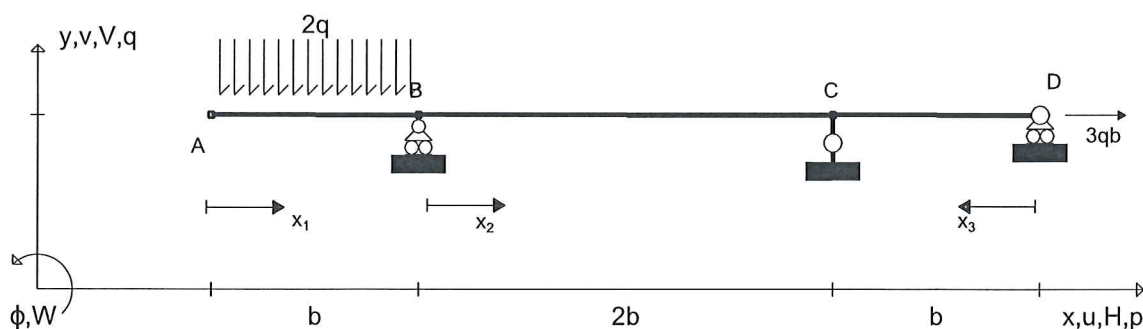
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università' di Cagliari

SdC_SdA 25.01.22*001



EQ. IN CONGIUNTA: $\Delta\varphi_c(x, \varphi) = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

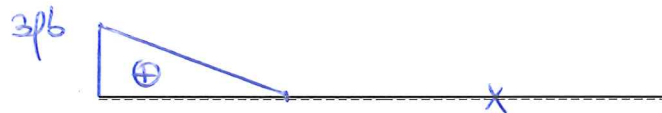
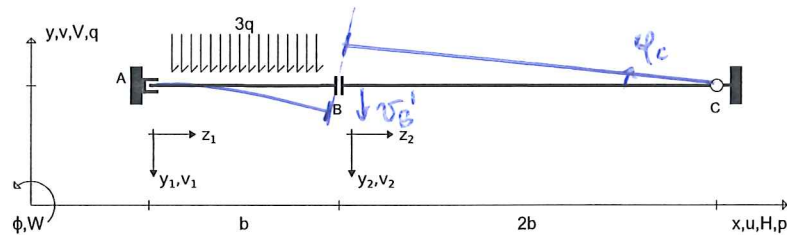
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

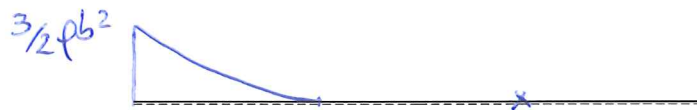
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C , φ_C ;
4. Lo spostamento verticale del punto B relativo al tratto AB , v_B' .

Università di Cagliari

SdC_SdA 25.01.22*001



$\uparrow \oplus \downarrow$



$\odot \oplus \oslash$

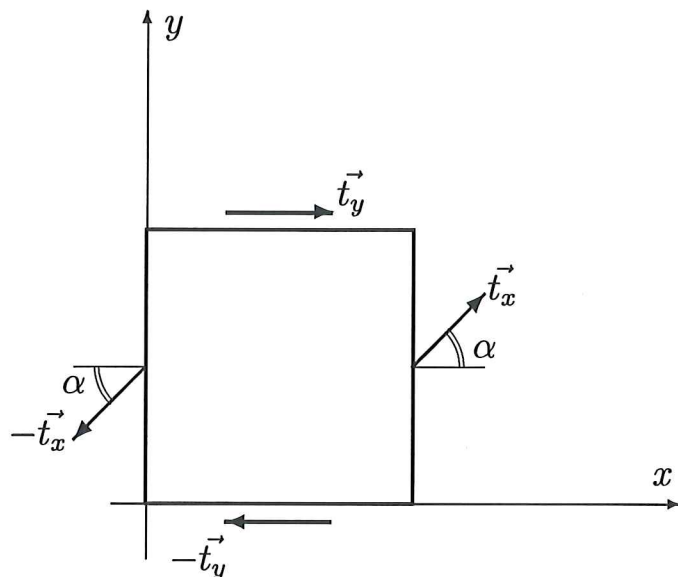
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 3pb; & M_A (\circlearrowleft) &= \frac{3}{2}pb^2; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 3pb - 3qz_1; & M_{AB} &= -\frac{3}{2}pb^2 + 3pbz_1 - \frac{3}{2}qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 \text{c.c in } A &= v_1(z_1=0)=0, \quad v_1'(z_1=0)=0; & \text{c.c in } B &= v_1'(z_1=b)=v_2'(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in } C &= v_2(z_2=2b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{3pb^2}{4EI}z_1^2 - \frac{3pb}{2EI}z_1^3 + \frac{q}{8EI}z_1^4; & v_1'(z_1) &= \frac{3pb^2}{2EI}z_1 - \frac{9pb}{2EI}z_1^2 + \frac{q}{2EI}z_1^3; \\
 v_2(z_2) &= \frac{qb^3}{2EI}z_2 - \frac{qb^4}{EI}; & v_2'(z_2) &= \frac{qb^3}{2EI}; \\
 v_B' &= +\frac{qb^4}{8EI} (\downarrow); & \varphi_C &= \frac{qb^3}{2EI} (\pi);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = 1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 70$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

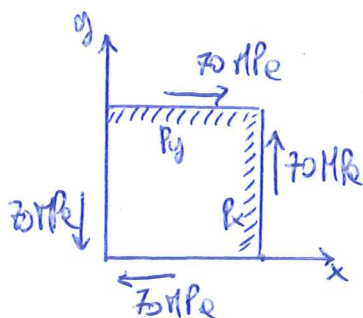
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$\sigma_x = 0$ (MPa); $\sigma_y = 0$ (MPa); $\tau_{xy} = 70$ (MPa);

$\sigma_1 = 70$ (MPa); $\sigma_2 = -70$ (MPa); $\tau_{\max} = 70$ (MPa);

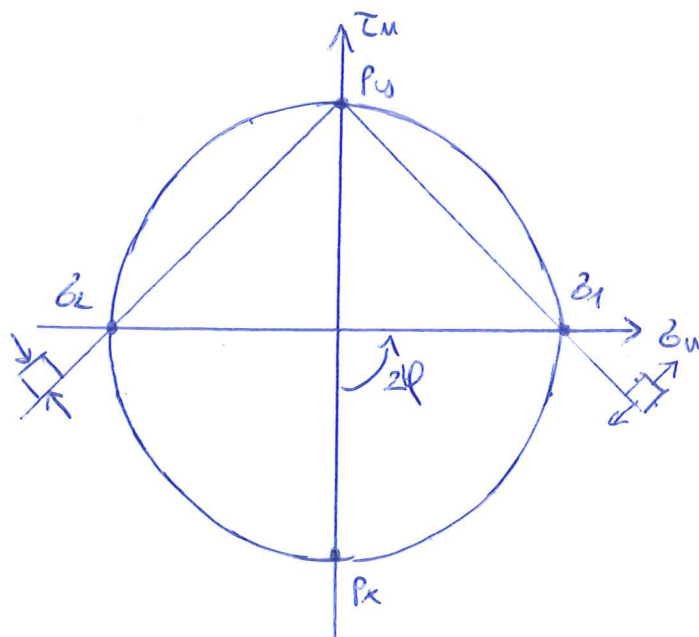
cerchio di Mohr:

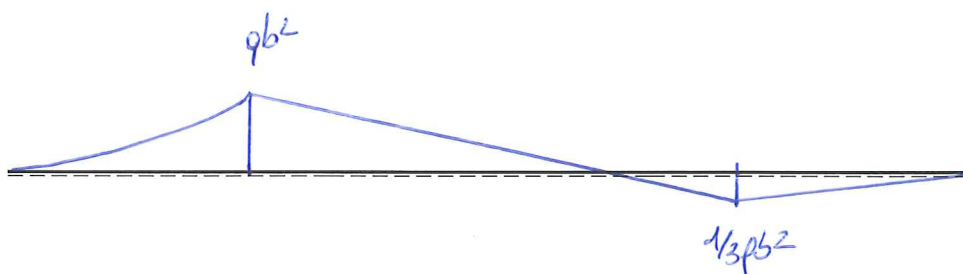
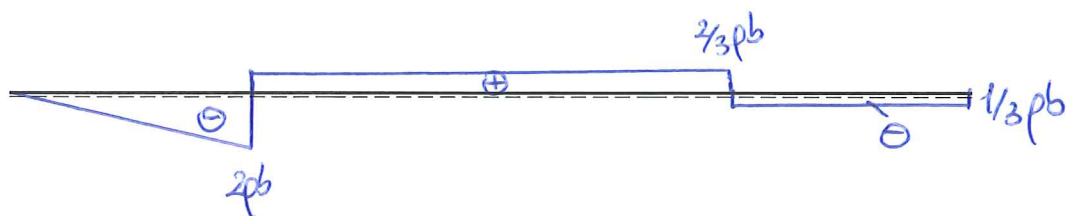


$$P_x = (0, -70)$$

$$P_y = (0, +70)$$

$\varphi = 45^\circ$ (°);





$$\begin{aligned}
 V_B(\hat{u}) &= \frac{8}{3}pb; & H_C(\Rightarrow) &= -3pb; & V_C(\hat{u}) &= -pb; & V_D(\hat{u}) &= \frac{1}{3}pb; & M_C(\hat{u}, \hat{v}) &= \frac{1}{3}pb^2; \\
 N_{AB} &= \frac{11}{3}; & T_{AB} &= -2px_1; & M_{AB} &= -px_1^2; \\
 N_{BC} &= \frac{11}{3}; & T_{BC} &= \frac{2}{3}pb; & M_{BC} &= -pb^2 + \frac{2}{3}pbx_2; \\
 N_{DC} &= \frac{3pb}{3}; & T_{DC} &= -\frac{1}{3}pb; & M_{DC} &= \frac{1}{3}pbx_3; \\
 v_A &= -\frac{28}{384} \frac{pb^3}{EI} \quad (\downarrow)
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta a distanza del 25.01.2022

Parte II - Testo 2

Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome_matricola_data dell'appello.

Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C .

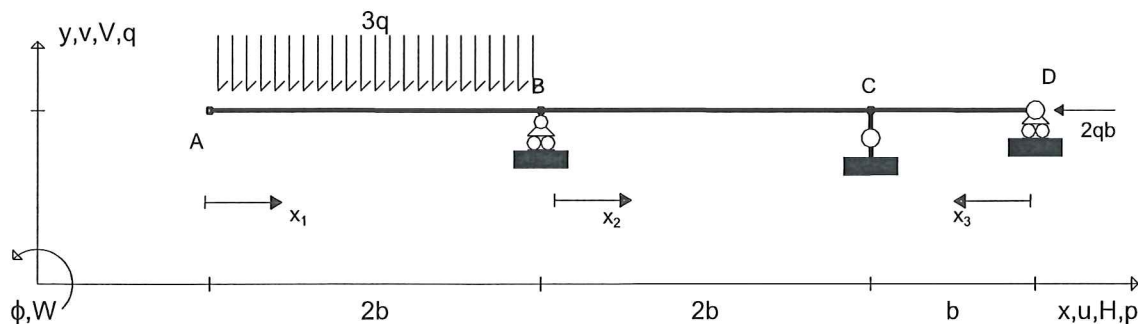
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A, v_A .

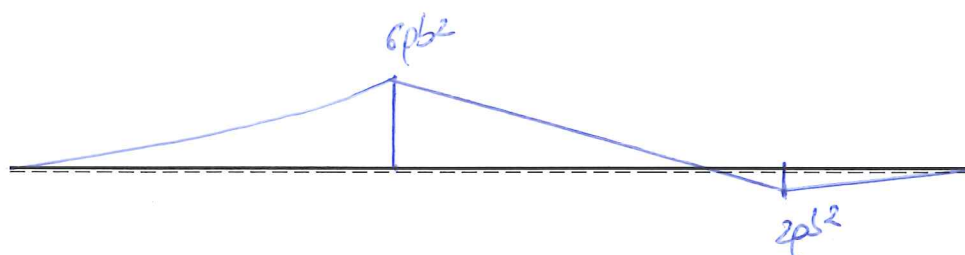
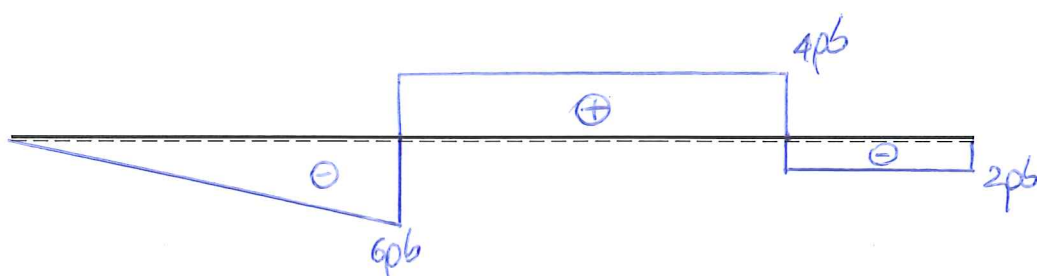
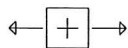
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università di Cagliari

SdC_SdA 25.01.22*002



eq. di congruenza: $\Delta\varphi_c(x, q) = 0$



$$\begin{aligned}
 V_B(\hat{u}) &= 10pb; H_C(\Rightarrow) = 2pb; V_C(\hat{u}) = -6qb; V_D(\hat{u}) = 2pb; M_C(\hat{u}, \hat{v}) = 2pb^2; \\
 N_{AB} &= \text{"}; T_{AB} = -3q \times 1; M_{AB} = -3/2 q \times 1^2; \\
 N_{BC} &= \text{"}; T_{BC} = 4qb; M_{BC} = -6qb^2 + 4qb \times 2; \\
 N_{DC} &= -2pb; T_{DC} = -2qb; M_{DC} = 2qb \times 3; \\
 v_A &= -\frac{38qb^3}{3ES} (\downarrow)
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 2 (7 punti)

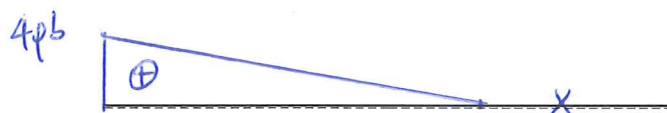
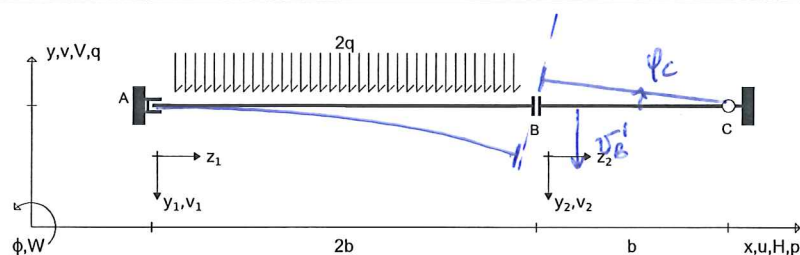
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

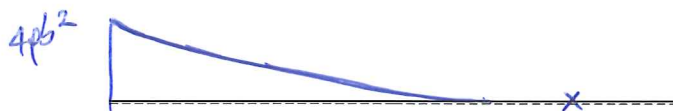
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C , φ_C ;
4. Lo spostamento verticale del punto B relativo al tratto AB , v_B' .

Università di Cagliari

SdC_SdA 25.01.22*002



$\uparrow (+) \downarrow$



$\circlearrowleft (+) \circlearrowright$

$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 4qb; & M_A (\circlearrowleft) &= 4qb^2; & H_C (\rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 4qb - 2qz_1; & M_{AB} &= -4qb^2 + 4qbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 \text{c.c in } A &= v_1(z_1=0)=0; & v_1'(z_1=0)=0; & \text{c.c in } B &= v_1'(z_1=2b)=v_2'(z_2=0); \\
 & \text{c.c in } C &= v_2(z_2=b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{2qb^2}{6} z_1^2 - \frac{2qb}{3} z_1^3 + \frac{q}{12b} z_1^4; & v_1'(z_1) &= \frac{4pb^2}{3} z_1 - \frac{2pb}{b} z_1^2 + \frac{q}{3b} z_1^3; \\
 v_2(z_2) &= \frac{8qb^3}{3b} z_2 - \frac{8qb^4}{3b} z_2^2; & v_2'(z_2) &= \frac{8qb^3}{3b}; \\
 v_B' &= \frac{12qb^4}{3b}; & \varphi_C &= \frac{8pb^3}{3b};
 \end{aligned}$$